

Guide de l'évaluation socioéconomique
des investissements publics

Complément opérationnel I

RÉVISION DU TAUX D'ACTUALISATION¹

Rédaction de Jincheng Ni, France Stratégie,
et Joël Maurice, membre du comité d'experts²

sous l'autorité du comité d'experts
des méthodes d'évaluation socioéconomique des investissements publics,
sous la présidence de Roger Guesnerie, professeur au Collège de France
et président honoraire de Paris School of Economics

Date de validation : comité du 21 octobre 2021

¹ Ce complément opérationnel constitue l'instruction à destination des maîtres d'ouvrage publics. Il complète le [Guide de l'évaluation socioéconomique des investissements publics](#) (France Stratégie/Direction générale du Trésor, 2017), disponible en ligne.

² Avec l'aide d'Émile Quinet, Anne Jaubertie, Pierre-Adrien Collet, Simon Martin et Bérengère Mesqui. Le comité d'experts remercie le groupe de travail sur le taux d'actualisation (Émile Quinet, Joël Maurice, Michel Massoni, David Meunier, Jean-Jacques Becker, Alain Trognon et Jincheng Ni) et les deux stagiaires (Victoria Grimaud et Asmae Marhraoui). Il remercie tous ses membres qui ont participé aux discussions et délibérations.

Résumé

Le rapport Quinet (2013)³ liait risque et taux d'actualisation avec la formule :

$\rho = r_f + \beta \cdot \varphi$, où $\rho = 2,5 \% + \beta \cdot 2 \%$ jusqu'en 2070 et $\rho = 1,5 \% + \beta \cdot 3 \%$ au-delà.

À la demande du commissaire général de France Stratégie et du secrétaire général pour l'investissement, le comité d'experts des méthodes d'évaluation socioéconomique des investissements publics a mené des réflexions, depuis 2017, pour mettre à jour les préconisations du rapport Quinet sur le risque et les taux d'actualisation.

Dans l'avis délibéré le 24 juin 2021, le comité formule les recommandations suivantes :

- Retenir un taux d'actualisation égal à **$\rho = 1,2 \% + \beta \cdot 2 \%$** pour la période de 2021 à 2070, ce qui suppose de connaître β .
- Si β est inconnu, il est proposé de procéder comme si β était égal à 1, **le taux d'actualisation ρ à utiliser est alors de 3,2 %**, le taux d'évolution de l'espérance mathématique du bénéfice v est de 1,6 %.
- Si β est connu, le taux d'évolution de l'espérance mathématique du bénéfice v vaut $= \beta \cdot 1,15 \% + \frac{\beta^2}{2} \cdot 0,9 \%$.

Un groupe travaille actuellement sur le calcul de certains β sectoriels. Ces derniers seront publiés dès validation par le comité d'experts.

SOMMAIRE

Les années 1980	3
Le rapport Lebègue (2005)	4
Le rapport Gollier (2011)	4
Le rapport É. Quinet (2013)	5
La révision 2021 du taux d'actualisation	6
La prise en compte de désastres rares	8
Le nouveau taux recommandé	9
Annexe 1 – Le cadre théorique, le processus de calcul et les résultats	12
Annexe 2 – Avis et recommandations du comité d'experts du 24 juin 2021	21
Annexe 3 – Réponse du commissaire général de France Stratégie	22
Références bibliographiques	24

³ Commissariat général à la stratégie et à la prospective (2013), *L'évaluation socioéconomique des investissements publics*, rapport de la mission présidée par Émile Quinet, septembre.

Introduction

L'évaluation socioéconomique est l'un des principaux outils dont dispose le maître d'ouvrage public pour apprécier la pertinence d'un projet d'investissement pour la collectivité. Elle évalue la création de valeur pour la collectivité permise par le projet, en comparant les gains de bien-être et les coûts que ce projet induit pour la collectivité nationale tout au long de sa durée de vie. Le calcul de la valeur nette actualisée socioéconomique (VAN SE) permet d'une part de déterminer si, au moment où se pose la question d'engager ou non l'investissement, la valeur des bénéfices pour la collectivité dépasse celle des coûts consentis pour les obtenir, et d'autre part de présenter des éléments de comparaison entre des projets ainsi évalués de façon homogène.

Les projets à l'examen ont typiquement des coûts et des avantages étalés dans le temps : schématiquement, un investissement initial coûteux rapporte tout au long de sa durée de vie, période au cours de laquelle des dépenses devront être consenties par exemple pour exploiter, entretenir, renouveler un ouvrage mis en place. Il faut donc comparer des avantages (bénéfices marchands et non marchands comme les gains de temps, la valeur de la vie, les bénéfices climatiques et environnementaux, la valeur de la diplomation, etc.) et des coûts qui interviennent à des époques différentes. Le taux d'actualisation donne une valeur présente aux flux économiques mesurés en euros dépensés ou gagnés à des années différentes. La différence entre bénéfices et coûts actualisés constitue la valeur actualisée nette socioéconomique du projet.

Le taux d'actualisation joue un rôle central, puisqu'il commande l'arbitrage entre le présent et le futur : un taux élevé affaiblit le poids du futur, qu'il s'agisse du futur proche ou du futur plus lointain dans lequel s'inscrivent les générations futures.

Le taux d'actualisation public de référence a déjà été révisé à plusieurs reprises depuis 1980. Cette note en retrace l'historique et présente la révision actuelle et les recommandations.

Les années 1980

« Dans les années 1960, Pierre Massé, alors Commissaire général du Plan, avait, le premier, fixé après discussion avec Edmond Malinvaud et Marcel Boiteux la valeur de ce qu'il appelait le taux d'intérêt implicite de l'économie : il en était fier. Cette notion, que nous appelons actuellement le taux d'actualisation, traduit le prix relatif que nous attachons au présent et fixe la limite que nous sommes prêts à consentir pour l'avenir. Ce taux permet ainsi de comparer des valeurs économiques qui s'échelonnent dans le temps »⁴.

⁴ Commissariat général à la stratégie et à la prospective (2013), *L'Évaluation socioéconomique des investissements publics*, op. cit. Extrait de la préface rédigée par Jean-Pisani Ferry.

En 1985, le Commissariat général au plan fixe un taux d'actualisation de 8 % pour l'économie, en se référant à la rentabilité marginale du capital industriel estimée à 6 %, et en ajoutant une prime de 2 %, dont la positivité assure que les investissements publics retenus ne se substitueront pas à des investissements privés dont la rentabilité aurait été plus élevée.

Ce taux d'actualisation de 8 % est resté le même jusqu'au milieu des années 2000 où il est apparu que cette valeur, par ailleurs alors très élevée par rapport à la valeur des taux d'intérêt réels, conduisait mécaniquement à trop écraser ce qui se passe dans un futur éloigné. Sa révision a été décidée à la suite du rapport d'audit⁵ sur les grandes infrastructures de transport publié par l'Inspection générale des finances et le Conseil général des ponts et chaussées début 2003, qui mettait en cause le rejet de bon nombre de projets d'investissements longs, pour lesquels le taux d'actualisation de 8 % aboutissait à des VAN SE négatives.

Le rapport Lebègue (2005)

En 2005, le rapport Lebègue (2005)⁶ a proposé de retenir un nouveau taux d'actualisation, dit sans risque, pour l'économie. Il préconisait ainsi un taux de 4 % durant 30 ans et décroissant jusqu'à 2 % pour des horizons très longs au-delà de 30 ans. Le justificatif de ce taux abaissé s'appuyait sur la logique des arbitrages inter-temporels associée à la formule de Ramsey (1928)⁷. L'analyse ne comportait pas d'examen approfondi du risque, sinon pour rappeler que celui-ci devait être pris en compte explicitement dans le calcul de la VAN SE de chacun des projets.

Le rapport Gollier (2011)

Le rapport Gollier (2011)⁸ a présenté une analyse très complète des risques auxquels est soumis un projet public et des modalités selon lesquelles ils devaient être traités. Le calcul économique public ne pouvait pas faire l'impasse sur les risques non diversifiables, contre lesquels les États ne peuvent pas se prémunir et pour lesquels il n'y a pas de mutualisation possible.

Ce rapport recommande d'intégrer les risques systémiques dans l'évaluation économique des projets d'investissement. Pour ce faire, il préconise d'introduire une prime de risque, dite systémique, qui sera positive (négative) lorsque les fondamentaux

⁵ Inspection générale des finances/Conseil général des ponts et chaussées (2003), *Rapport d'audit sur les grands projets d'infrastructures*, février.

⁶ Commissariat général du plan (2005), *Le prix du temps et la décision publique. Révision du taux d'actualisation public*, rapport du groupe d'experts présidé par Daniel Lebègue, Paris, La Documentation française.

⁷ Ramsey F. P. (1928), « A Mathematical Theory of Saving », *The Economic Journal*, vol. 38, n° 152, p. 543-559.

⁸ Centre d'analyse stratégique (2011), *Le Calcul du risque dans les investissements publics*, rapport de la mission présidée par Christian Gollier.

du projet sont positivement (négativement) corrélés à l'activité économique. En effet, si les risques sont corrélés à la croissance économique, une prime de risque devra être prise en compte de manière à pénaliser les projets qui accroissent le plus le risque collectif et à donner un bonus aux projets qui assurent la communauté contre ce risque collectif.

Le rapport É. Quinet (2013)

Le rapport É. Quinet (2013)⁹, dans la continuité de réflexion du rapport Gollier, a apporté les précisions sur le nouveau système d'actualisation et calibré le taux d'actualisation ρ qui incorpore un taux de référence et une prime de risque rendant compte de l'effet du risque non diversifiable.

Le taux de référence, noté ci-dessous r_f est déterminant pour le choix du niveau des transferts à consentir par les générations présentes (arbitrage entre présent et futur et équité intergénérationnelle) quand la prime de risque prend en compte l'exposition du projet au risque macroéconomique, c'est-à-dire en pratique la corrélation entre l'évolution des bénéfices sectoriels d'un projet et la croissance économique, pénalisant les projets pro-cycliques et valorisant les projets contra-cycliques.

La prime de risque systémique, notée φ , qui intègre à la fois la volatilité de l'économie et l'aversion relative de la collectivité pour le risque, est telle que la prime de risque relative à un projet est proportionnelle, le coefficient de proportionnalité spécifique au projet étant le β sectoriel du projet (donc avec $\beta \cdot \varphi$ pour prime de risque du projet).

Cette logique conduit à la formule mise en exergue dans le rapport É. Quinet (2013) :

$$\rho = r_f + \beta \cdot \varphi$$

où

r_f : taux d'actualisation de référence

φ : prime de risque systémique macroéconomique

β : élasticité des avantages nets du projet par rapport au PIB par tête

Si $\beta = 0$, r_f est le « taux d'actualisation sans risque » systémique. Le rapport É. Quinet (2013) recommandait ainsi de retenir une valeur de 2,5 % pour le taux d'actualisation de référence et de 2 % pour la prime de risque, soit

$$\rho = 2,5 \% + \beta \cdot 2 \% \text{ jusqu'en 2070}$$

$$\text{et } \rho = 1,5 \% + \beta \cdot 3 \% \text{ au-delà.}$$

⁹ Commissariat général à la stratégie et à la prospective (2013), *L'Évaluation socioéconomique des investissements publics*, rapport de la mission présidée par Émile Quinet, septembre.

Ce sont ces recommandations sur le taux d'actualisation qui sont en vigueur depuis 2013. En pratique, la prime de risque est rarement différenciée et un taux d'actualisation unique de 4,5 % utilisé.

La révision 2021 du taux d'actualisation

Conduire des évaluations de projet avec un taux d'actualisation erroné peut entraîner une allocation inefficace des ressources publiques. Un taux de référence sans risque trop faible conduit à un excès d'investissements ; un taux de référence sans risque trop élevé, qui minore les bénéfices attendus à long terme relativement aux coûts à supporter à court terme, peut conduire à un déficit d'investissement relativement au niveau optimal. Une prime de risque trop faible (et/ou insuffisamment différenciée selon les projets) conduit à une mauvaise évaluation de la connexion entre risques sectoriels et risque collectif. Elle ne pénalise pas assez les projets les plus exposés à une baisse du PIB et ne valorise pas suffisamment les projets assurantiels. En particulier, le taux unique de 4,5 % utilisé ne permet pas de tenir compte du caractère de long terme spécifique et contra-cyclique des investissements publics dans le domaine de la santé.

Depuis 2017¹⁰, le comité d'experts¹¹ des méthodes d'évaluation socioéconomique des investissements publics, présidé par Roger Guesnerie, a mené des réflexions¹² pour mettre à jour les préconisations du rapport É. Quinet (2013) sur le risque et les taux d'actualisation.

Dans le système d'actualisation proposé par les rapports Gollier (2011) et É. Quinet (2013), les anticipations sur la croissance économique jouent un rôle-clé à la fois sur le taux d'actualisation de référence sans risque et sur la prime de risque moyenne du marché. Une croissance plus forte justifie un taux d'actualisation de référence (sans risque) plus élevé (effet richesse). Un aléa plus fort sur le PIB justifie un taux de référence plus faible et une prime de risque plus élevée (effet précaution).

Le modèle théorique sollicité est celui de Ramsey¹³ élargi pour prendre en compte les aléas de la croissance économique et la plus ou moins forte répercussion de ces aléas sur le projet. Selon ce modèle, le taux d'actualisation est donné par la formule suivante :

¹⁰ Voir le [compte rendu de la réunion du 8 juin 2017](#) sur le site de France Stratégie.

¹¹ Voir la [séance inaugurale](#) du comité sur le site de France Stratégie.

¹² En juillet 2017, Roger Guesnerie et Christian Gollier ont rédigé une note commune présentant un arrièrè-plan analytique simplifié afin de fournir un cadre commun. Un groupe de travail a été constitué et deux stages ont été réalisés en 2018 (Victoria Grimaud) et 2019 (Asmae Marhraoui) à France Stratégie sous le pilotage de Joël Maurice, Émile Quinet et Jincheng Ni. Le comité d'experts a appuyé ses travaux sur la série longue du PIB réel par tête de la France de l'année 1820 à l'année 2016, élaborée par Gilbert Cette *et al.* (Banque de France). Il a également organisé une consultation et un vote, et a émis son avis définitif lors de la séance du 24 juin 2021.

¹³ Ramsey F. P. (1928), « A Mathematical Theory of Saving », *op. cit.*

$$\rho = r_f + \beta \cdot \phi$$

où

$$r_f = \delta + \gamma \cdot \mu - \frac{1}{2} \cdot \gamma^2 \cdot \sigma^2$$

$$\phi = \gamma \cdot \sigma^2$$

δ : taux de préférence pour le présent

γ : aversion instantanée au risque

β : élasticité des avantages nets du projet par rapport au PIB par tête

μ : taux de croissance du PIB réel par tête, en moyenne annuelle sur la période de calcul

σ : écart type (« volatilité ») du taux de croissance du PIB réel par tête

La formule de Ramsey (1928) élargie, qui est au cœur de la théorie de l'actualisation, est exacte du point de vue analytique si et seulement si la variable aléatoire du taux de croissance PIB/habitant suit une loi de probabilité purement gaussienne.

Selon cette formule, le taux d'actualisation de référence sans risque r_f traduit :

- la préférence pure des agents économiques pour le présent, c'est-à-dire une préférence pour un bien-être immédiat par rapport à un bien-être futur identique ;
- l'effet richesse qui, via une anticipation de la croissance économique, conduit à accorder moins de valeur à un gain de consommation demain qu'au même gain aujourd'hui (l'utilité marginale de la consommation est décroissante avec le niveau de cette consommation) ;
- un effet de précaution : l'incertitude de la croissance de la consommation conduit à reporter une partie de la consommation sur le futur par précaution. Cet effet précaution réduit le taux d'actualisation et accorde plus de poids pour le futur.

En intégrant l'incertitude future, on obtient la formule de Ramsey élargie. La relation entre taux d'actualisation et horizon temporel est ainsi arbitrée par deux effets : un effet richesse qui incite les générations actuelles à dépenser plus et un effet précaution qui les incite à dépenser moins.

Les risques d'un projet d'investissement public sont de deux types : le risque systémique dépendant de l'incertitude de la croissance économique future et le risque spécifique non systémique, propre au projet. La prise en compte des risques systémiques dans le calcul coûts-avantages d'un projet nécessite d'intégrer une prime de risque systémique qui peut être vue comme le supplément de rentabilité espérée exigé pour compenser le risque collectif qu'induit un projet dont les bénéfices sont soumis aux mêmes aléas que le PIB par habitant.

Le comité d'experts a souhaité réviser le taux d'actualisation public à la baisse en retenant un taux de référence sans risque plus faible et le maintien d'un niveau assez élevé de prime de risque. Un taux de référence sans risque à la baisse est en effet en cohérence avec des taux d'intérêts réels qui ont beaucoup baissé et le potentiel plus faible de croissance de l'économie française de long terme (voir hypothèses du COR). Le maintien d'une prime de risque assez élevée intègre des chocs macroéconomiques probables des enjeux climatiques et/ou sanitaires de long terme (comme l'illustre la crise du Covid).

Or en appliquant la formule de Ramsey élargie, on obtient une prime de risque systémique très faible. L'articulation entre ces deux termes se heurte donc à une difficulté théorique car aucun niveau d'aversion au risque n'est capable, dans un modèle simplifié où le même paramètre est utilisé pour mesurer l'aversion au risque des agents et le coefficient de substitution inter-temporel, de rendre compte de taux de référence sans risque faibles et de primes de risque élevées¹⁴.

La prise en compte de désastres rares

Une justification pour une prime de risque élevée réside dans l'existence de risques extrêmes dont la probabilité faible de se produire n'est pas convenablement rendue par une loi gaussienne. L'introduction de ces risques extrêmes dans le cadre du modèle standard se fonde sur la modélisation de Barro (2006, 2009, 2011)¹⁵ et ses hypothèses concernant les risques systémiques. Cette approche permet de construire des modèles et de les paramétrer, avec des valeurs qu'on peut justifier compte tenu du passé, pour qu'ils puissent engendrer à la fois des taux d'intérêt sans risque faibles et des primes de risque assez élevées (Barro et Tin, 2011).

Le groupe de travail du comité d'experts a explicité le processus implicite du taux d'actualisation du rapport É. Quinet (2013). Le cadre théorique (voir annexe technique) a été renouvelé avec la prise en compte explicite des événements rares à la Barro (2011)¹⁶. Dans ce nouveau cadre théorique, on suppose que la variable aléatoire du taux de croissance du PIB/habitant est la somme de deux variables aléatoires indépendantes : une supposée gaussienne et une non-gaussienne censée représenter les désastres rares. Le taux d'actualisation est la somme du taux de préférence pour le présent et de deux composantes liées respectivement à chacune de ces deux variables

¹⁴ En prenant l'aversion au risque $\gamma = 2$ comme recommandent les rapports Gollier (2011) et É. Quinet (2013), on ne pourrait atteindre $\phi = 2\%$ que si on avait la variance $(\sigma^2) = 1\%$ car $\phi = \gamma \cdot \sigma^2 = 2 \cdot 1\% = 2\%$, c'est-à-dire une valeur nettement supérieure aux constatations historiques du PIB/habitant en France qui donnent une valeur de 0,374 % pour 1820-2016, 0,475 % pour 1913-2016 ou 0,023 % pour 1973-2016.

¹⁵ Barro R. J. (2006), « [Rare disasters and asset markets in the twentieth century](#) », *Quarterly Journal of Economics*, vol. 121, p. 823-866 ; Barro R. J. (2009), « [Rare disasters, asset prices, and welfare costs](#) », *American Economic Review*, vol. 99, p. 243-264 ; Barro R.J. et Jin T. (2011), « [On the size distribution of macroeconomic disasters](#) », Harvard University, février.

¹⁶ Barro R.J. et Jin T. (2011), *op. cit.*

indépendantes. La distribution des désastres rares est supposée suivre une loi de probabilité de Pareto. Ce nouveau cadre théorique nécessite de connaître huit paramètres pour déterminer le taux d'actualisation :

- le taux de pure préférence pure pour le présent ;
- le coefficient d'aversion relative pour le risque de la collectivité ;
- l'espérance du taux de croissance du PIB/habitant futur ;
- l'écart-type (« volatilité ») du taux de croissance du PIB/habitant futur ;
- le coefficient de corrélation des avantages ou coûts du projet avec PIB/habitant ;
- la probabilité d'occurrence annuelle d'un désastre rare ;
- le seuil des désastres rares (chute de plus de 10 % du PIB/habitant) ;
- l'élasticité de la loi de Pareto.

Ce cadre théorique a été appliqué sur la base de la série précitée du PIB/habitant de 1800 à 2016 fournie par Gilbert Cette *et al.*¹⁷ (Banque de France). Certains paramètres obtenus sur les données du passé de la France ont été réutilisés pour déterminer le nouveau taux d'actualisation pour le futur.

La valeur nette actuelle socioéconomique (VAN SE) du projet s'obtient en appliquant le taux d'actualisation à l'espérance mathématique de l'avantage annuel net du projet, espérance qui dépend elle aussi de l'élasticité β par rapport au PIB réel par tête. Ce taux d'évolution ν (« nu ») de l'espérance de l'avantage annuel net du projet dépend, outre de β , des caractéristiques statistiques de la croissance future.

Le nouveau taux recommandé

En appliquant ce cadre théorique, le comité d'experts a retenu le principe d'un taux de référence sans risque cohérent avec les hypothèses de croissance de long terme du scénario moyen bas issu des travaux du Conseil d'orientation des retraites et du maintien d'un niveau de prime de risque suffisamment élevé pour permettre de bien différencier la sensibilité des projets aux chocs économiques. Dans l'avis délibéré le 24 juin 2021, le comité d'experts formule les recommandations suivantes :

- **retenir un taux d'actualisation égal à $\rho = 1,2 \% + \beta \cdot 2 \%$ pour la période de 2021 à 2070 ;**
- **le taux d'évolution de l'espérance mathématique du bénéfice d'un projet est $\nu = \beta \cdot 1,15 \% + \frac{\beta^2}{2} \cdot 0,9 \%$;**

¹⁷ <http://www.longtermproductivity.com/>

- **si β est inconnu, il est proposé de procéder comme si β était égal à 1, le taux ρ à utiliser est alors de 3,2 %, le taux d'évolution de l'espérance mathématique du bénéfice v est de 1,6 %.**

On peut se référer à l'annexe technique pour connaître les valeurs prises des paramètres ayant abouti à ce résultat contenu dans l'avis du comité.

Un complément opérationnel de cas-type sera élaboré pour guider les porteurs de projet dans l'utilisation notamment simultanée du taux d'actualisation ρ et de l'espérance mathématique du bénéfice v .

La mise en œuvre de ces recommandations implique la définition des coefficients « β » intervenant dans la formule du taux d'actualisation. Le comité d'expert a déjà fixé à titre provisoire des valeurs de ce coefficient pour le secteur des transports et pour le génie civil, en continuité avec les valeurs correspondantes fixées dans le rapport É. Quinet (2013). Par exemple, pour le transport¹⁸ :

Voyageurs urbains	: 1,1
Voyageurs régionaux	: 1,2
Voyageurs longue distance	: 1,7
Ferroviaire fret	: 1,4

Mais ces valeurs doivent être mises à jour pour tenir compte des conditions économiques nouvelles, celles qui ont précisément conduit à une modification du taux d'actualisation, et pour être adaptées aux risques futurs tels qu'on peut maintenant les appréhender.

Un groupe de travail « estimation des β » a été constitué pour cela. Sa tâche sera d'estimer de façon plus précise et plus adaptée ces coefficients pour les deux secteurs des transports et du génie civil, et ensuite d'étendre progressivement les estimations aux autres secteurs. Ses travaux seront publiés au fur et à mesure, après validation par le comité d'experts. Dans l'immédiat, pour les secteurs pour lesquels aucune valeur n'a été officialisée par le comité d'expert, celui-ci a décidé qu'il convenait d'attribuer par défaut une valeur de 1 à ce coefficient.

Bien sûr, dans l'évaluation socioéconomique, il faut aussi tenir compte des risques propres au projet, indépendants de la croissance macroéconomique, qui sont de deux ordres :

- les risques qui peuvent – au moins partiellement – être maîtrisés par le porteur de projet et qui résultent par exemple d'erreurs concernant les estimations de délais et de coûts (construction, maintenance, exploitation, protection de l'environnement et de

¹⁸ Rapport É. Quinet (2013), *op. cit.*, p. 82.

la santé, etc., généralement sous-estimés) ou les futures pratiques tarifaires de l'opérateur. L'analyse doit envisager les mesures pouvant être mises en place pour diminuer ces risques ;

- les risques liés à la mise en œuvre de l'évaluation portant sur les estimations des composantes de la VAN SE : ils peuvent résulter de l'emploi de données pas assez fiables (mauvaise qualité des données), des insuffisances et imperfections des « modèles » de demande, ou bien encore de la difficulté à prévoir les évolutions de comportement, les modifications de la réglementation et des règles de tarification, l'apparition de concurrences nouvelles, l'obsolescence des technologies, etc.

Le complément opérationnel « la cartographie des risques »¹⁹ présente les méthodes de prise en compte de ces risques.

¹⁹ Également disponible sur le site de France Stratégie.

Annexe 1

Le cadre théorique, le processus de calcul et les résultats²⁰

1. Le cadre théorique

1.1. Formulations de la « valeur actuelle nette socioéconomique » (VAN SE) et du taux d'actualisation ρ_t

Référence : note Gollier-Guesnerie de juillet 2017, « Discussion sur l'actualisation : un arrière-plan analytique ».

La valeur actuelle nette socioéconomique (VAN SE) du projet mesure la variation de l'espérance mathématique de l'utilité collective intertemporelle monétarisée que ce projet suscite pendant toute sa durée de vie. Le taux d'actualisation ρ_t s'applique à l'espérance mathématique de l'avantage annuel net²¹ A_t du projet. Tous les flux monétarisés s'expriment en euros de l'année d'actualisation²².

L'utilité collective intertemporelle « hors projet » est supposée de la forme²³ :

$$W = \sum_{t=0}^{+\infty} e^{-\delta \cdot t} \cdot P_t \cdot E \frac{Y_t^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}$$

où δ : la préférence pour le présent ;

γ : l'aversion au risque ;

P_t : la population l'année t ;

Y_t : le PIB par tête de l'année t.

La valeur monétarisée de l'utilité collective s'obtient en divisant W par $Y_0^{-\gamma}$, c'est-à-dire par l'utilité que procurerait 1 euro supplémentaire de PIB par tête de l'année de l'actualisation.

L'avantage annuel net A_t du projet est « petit » par rapport au PIB, et il est supposé dépendre du PIB de l'année t par la relation :

$$A_t = \bar{A}_t \cdot \left(\frac{Y_t}{Y_0}\right)^{\beta t}$$

²⁰ Les hypothèses, déductions et calculs sont précisés dans Maurice J. (2021) « Note justificative du 26 août 2021 ».

²¹ Flux des bénéfices du projet moins flux de ses coûts, au cours de l'année t.

²² Voir France Stratégie/Trésor direction générale (2017), *Guide de l'évaluation socioéconomique des investissements publics*, décembre, page 33 : « L'année d'actualisation est fixée à 2015 par le comité d'experts pour les évaluations socioéconomiques réalisées entre 2017 et 2022 ».

²³ La valeur monétarisée de l'utilité collective s'obtient en divisant W par $Y_0^{-\gamma}$, c'est-à-dire par l'utilité que procurerait 1 euro supplémentaire de PIB par tête de l'année de l'actualisation.

où \bar{A}_t est un facteur d'échelle ;

β_t est l'élasticité de A_t par rapport à Y_t : elle dépend du contenu²⁴ de A_t .

On s'attachera en particulier à examiner l'influence que cette élasticité β_t exerce sur le taux d'actualisation et sur la VAN SE du projet.

On considère la variable annuelle $z_t = \ln \frac{Y_t}{Y_{t-1}}$, autrement dit $z_t = \ln(1 + g_t)$ où g_t est le taux de croissance annuel de Y_t . On suppose que, chaque année t , z_t est une variable aléatoire et que, lorsque t varie, ces variables z_t sont indépendantes et identiquement distribuées (*iid*), de type z .

Appelons $VAN SE(A_t)$ la contribution de l'avantage annuel net A_t à la VAN SE. Avec les hypothèses susmentionnées, on obtient l'expression fondamentale suivante :

$$VAN SE(A_t) = e^{-\delta \cdot t} \cdot \bar{A}_t \cdot [E e^{(\beta_t - \gamma) \cdot z}]^t$$

Le taux d'actualisation ρ_t , applicable à l'avantage annuel net A_t est alors défini par la relation suivante :

$$VAN SE(A_t) = e^{-\rho_t \cdot t} \cdot \bar{A}_t \cdot [E e^{\beta_t \cdot z}]^t$$

Définissons les deux fonctions suivantes :

$$\tau_t = - \ln E e^{(\beta_t - \gamma) \cdot z}$$

$$\nu_t = \ln E e^{\beta_t \cdot z}$$

On a alors l'identité :

$$\rho_t = \delta + \tau_t + \nu_t$$

ν_t peut être interprété comme « le taux d'évolution de l'espérance mathématique de l'avantage annuel net A_t » du projet, sous l'influence de l'élasticité β_t par rapport au PIB par tête. τ_t peut être interprété comme le « taux global d'actualisation de la composante $VAN SE(A_t)$ de la valeur ajoutée », sous l'influence de l'élasticité β_t par rapport au PIB par tête. Ce taux englobe les deux effets sur $VAN SE(A_t)$ dus aux aléas sur le PIB par tête : l'effet qui transite par le taux d'actualisation et celui qui transite par l'espérance mathématique de l'avantage annuel net du projet.

On s'attachera à examiner l'influence que cette élasticité β_t exerce sur ces deux composantes τ_t et ν_t du taux d'actualisation ρ_t .

²⁴ Par exemple : investissement, fonctionnement, etc.

Cas d'existence de « risques propres » au projet : $\beta_t = 0$

Si le projet comporte en outre des « risques propres », indépendants de Y_t , ils sont justiciables des relations ci-dessus, pour lesquelles on aurait $\beta_t = 0$. On aurait alors $\nu_t = 0$ et par conséquent :

$$\rho_t = \delta + \tau_t$$

$$\text{où } \tau_t = -\ln Ee^{-\gamma \cdot z}$$

Cette part des avantages exposée aux risques propres serait à mettre à jour en appliquant le taux dit « sans risque macroéconomique r_{ft} », ainsi donné par : $r_{ft} = \delta - \ln Ee^{-\gamma \cdot z}$

Cas particulier $\beta_t = \gamma$

On aurait alors $\tau_t = 0$ et par conséquent :

$$\rho_t = \delta + \nu_t$$

$$\text{où } \nu_t = \ln Ee^{\gamma \cdot z}$$

Sur la base des hypothèses introduites successivement ci-dessus, il est possible de déterminer les inconnues recherchées, à condition de disposer de la loi de probabilité de la variable aléatoire Y_t . Il est alors pratique de déterminer séparément les deux taux τ_t et ν_t , puis le taux d'actualisation ρ_t comme étant leur somme, augmentée de δ .

Pour simplifier les notations dans ce qui suit, on passe sous silence l'indice t. Mais il ne faut pas oublier que, chaque année t, l'élasticité β doit en principe être appropriée au contenu de l'avantage annuel net A.

1.2. Loi de probabilité de l'évolution du PIB réel par tête : loi gaussienne et loi des désastres rares

La variable aléatoire z est supposée être la somme de deux variables aléatoires indépendantes :

$$z = za + zb$$

où za est supposée gaussienne

zb est censée représenter les désastres rares ; elle est non-gaussienne.

Les variables za et zb étant supposées indépendantes, il en découle les égalités suivantes :

- la moyenne (espérance mathématique, ou cumulante d'ordre 1) de la somme est la somme des moyennes :

$$k_1 = ka_1 + kb_1$$

- la variance (ou cumulatif d'ordre 2) de la somme est la somme des variances :

$$k_2 = ka_2 + kb_2$$

- le taux d'actualisation dû à la somme s'obtient en calculant successivement, en fonction de la variable β , ici mise en évidence :

$$\tau_{a+b}(\beta) = \tau a(\beta) + \tau b(\beta)$$

$$v_{a+b}(\beta) = v a(\beta) + v b(\beta)$$

$$\rho_{a+b}(\beta) = \delta + \tau_{a+b}(\beta) + v_{a+b}(\beta)$$

On en déduit l'expression équivalente :

$$\rho_{a+b}(\beta) = \delta + \rho a(\beta) + \rho b(\beta)$$

où

$\rho a(\beta) = \tau a(\beta) + v a(\beta)$ est la composante de $\rho_{a+b}(\beta)$ due à za

$\rho b(\beta) = \tau b(\beta) + v b(\beta)$ est la composante de $\rho_{a+b}(\beta)$ due à zb

La variable aléatoire za étant supposée gaussienne, la composante notée $\rho a(\beta)$ du taux d'actualisation relative à za est alors donnée par la relation standard, fonction linéaire de β , car :

$$\tau a(\beta) = -[(\beta - \gamma) \cdot ka_1 + \frac{(\beta - \gamma)^2}{2} \cdot ka_2] \quad (\text{qui est du deuxième ordre en } \beta)$$

$$v a(\beta) = \beta \cdot ka_1 + \frac{\beta^2}{2} \cdot ka_2 \quad (\text{qui est du deuxième ordre en } \beta)$$

$$\rho a(\beta) = \tau a(\beta) + v a(\beta) = (\gamma \cdot ka_1 - \frac{\gamma^2}{2} \cdot ka_2) + \beta \cdot (\gamma \cdot ka_2) \quad (\text{qui est du premier ordre en } \beta)$$

La composante notée $\rho b(\beta)$ du taux d'actualisation relative à zb , qui est censée représenter des désastres rares, dépend de la loi de probabilité postulée pour zb . zb est supposée suivre une loi de probabilité de Pareto de paramètres $(p, \varepsilon_0, \alpha)$ suivant Barro (2011)²⁵ avec :

p : probabilité d'occurrence annuelle d'un désastre rare

ε_0 : seuil des désastres rares : est répertorié désastre rare tout désastre provoquant une chute du PIB réel par tête dont la valeur absolue est égale ou supérieure à ε_0

α : élasticité (positive) de la loi de Pareto

²⁵ Barro R. J. et Jin T. (2011), *op. cit.* Barro et Jin examinent successivement l'hypothèse d'une loi de Pareto unique et celle d'une loi de Pareto double. On s'en est à ce stade tenu à la première hypothèse.

On obtient alors la formulation suivante :

$$\tau b(\beta) = -\ln\left(1 - p + p \cdot \frac{\alpha}{\beta - \gamma + \alpha} \cdot e^{(\beta - \gamma) \cdot (-\varepsilon_0)}\right)$$

$$vb(\beta) = \ln\left(1 - p + p \cdot \frac{\alpha}{\beta + \alpha} \cdot e^{\beta \cdot (-\varepsilon_0)}\right)$$

$$\rho b(\beta) = \tau b(\beta) + vb = -\ln\left(1 - p + p \cdot \frac{\alpha}{\beta - \gamma + \alpha} \cdot e^{(\beta - \gamma) \cdot (-\varepsilon_0)}\right) + \ln\left(1 - p + p \cdot \frac{\alpha}{\beta + \alpha} \cdot e^{\beta \cdot (-\varepsilon_0)}\right)$$

Contrairement à la composante $\rho a(\beta)$, la composante $\rho b(\beta)$ du taux d'actualisation $\rho_{a+b}(\beta)$ est non linéaire en β .

2. Le processus de calcul

Les formules analytiques ci-dessus dépendent des sept paramètres suivants :

- la fonction d'utilité : δ, γ
- les évolutions anticipées du PIB réel par tête : k_1, k_2
- la loi de probabilité des désastres rares : p, ε_0, α

Si l'on se donne les valeurs de ces sept paramètres du modèle, ces formules permettent de calculer les valeurs exactes de $\tau_{a+b}(\beta)$, $v_{a+b}(\beta)$ et $\rho_{a+b}(\beta)$ en fonction de β , que l'on fait varier par exemple de -1 à +2.

À partir de ces valeurs calculées, on cherche des approximations visant à représenter :

- le taux d'actualisation sous une forme simplifiée : $\rho(\beta) = rf + \beta \cdot \phi$
- le taux d'évolution de l'espérance de l'avantage annuel net sous une forme simplifiée $v(\beta) = \beta \cdot k_1 + \frac{\beta^2}{2} \cdot w$,
- tout en minimisant les erreurs dans le calcul de la VAN SE (At), ce qui revient à minimiser les erreurs sur le taux global d'actualisation par rapport à sa valeur analytique $\tau_{a+b}(\beta)$.

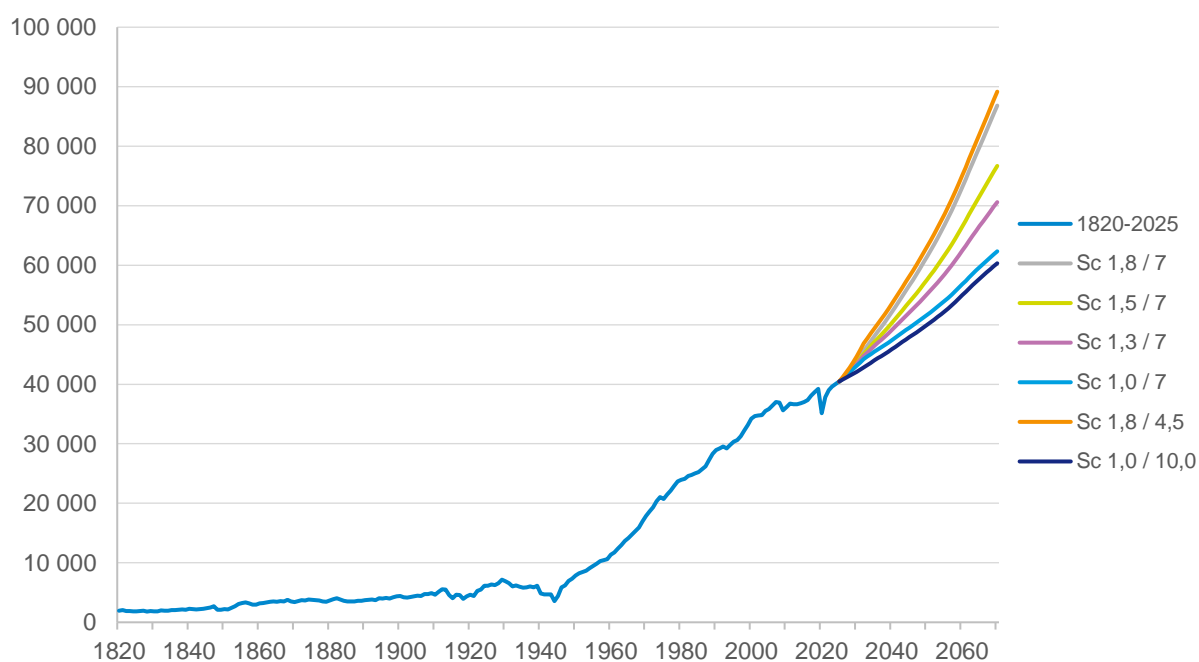
On effectue l'approximation parabolique $\tau_p(\beta)$ de la fonction $\tau_{a+b}(\beta)$ puis on décompose de $\tau_p(\beta)$ en $\rho_p(\beta)$ linéaire et $v_p(\beta)$ parabolique.

3. Les valeurs des paramètres et le résultat

3.1. Les scénarios macroéconomiques du COR 2020

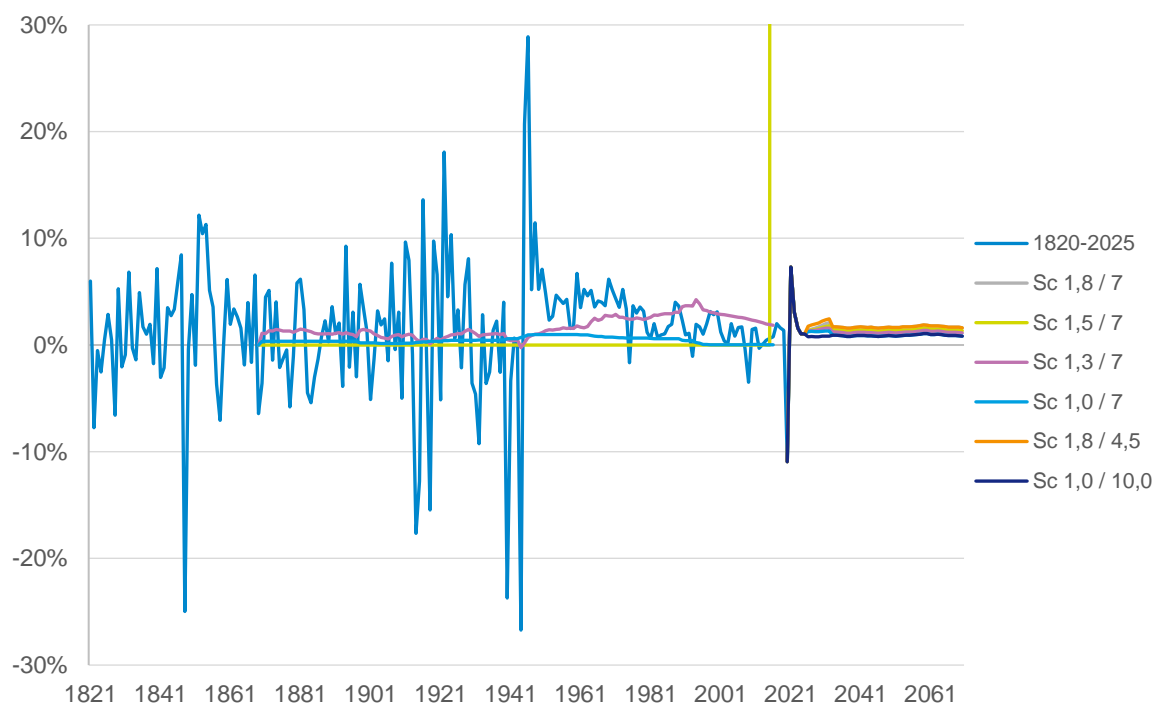
Les deux graphiques suivants présentent les différents scénarios d'évolution du PIB/habitant selon les données du COR 2020. Suite à la pandémie du Covid survenue début 2020, ces six scénarios se différencient à partir de 2026, les cinq années de 2020 à 2025 étant supposées la période transitoire post-Covid.

Graphique 1 – Évolutions du PIB par habitant (scénarios du COR)



Sources : G. Cette et al. (1820-2016) et Insee + scénarios COR (2017-2070)

Graphique 2 – Évolution du delta de LN (PIB par habitant)



Sources : G. Cette et al. (1820-2016) et Insee + scénarios COR (2017-2070)

On obtient la moyenne k_1 de la variable aléatoire z_t sur la période 2019-2070 de chaque scénario.

Tableau 1 – Statistiques des scénarios macroéconomiques du COR

N°	Type	k_1	Écart-type	Variance
1	Sc 1,8 / 4,5	1,6103 %	1,98 %	0,039 %
2	Sc 1,8 / 7	1,5581 %	1,97 %	0,039 %
3	Sc 1,5 / 7	1,3146 %	1,95 %	0,038 %
4	Sc 1,3 / 7	1,1524 %	1,94 %	0,038 %
5	Sc 1,0 / 7	0,9084 %	1,94 %	0,037 %
6	Sc 1,0 / 10,0	0,8440 %	1,93 %	0,037 %

Source : COR 2020, calcul Joël Maurice et Jincheng Ni

Il a été retenu le scénario moyen bas du COR 2020 – soit, dans le tableau précédent, le n° 4 (scénario 1,3 / 7) avec hypothèse de 1,3 % de la croissance annuelle de la productivité du travail et de 7 % du taux de chômage –, conformément à la décision du comité d'experts du 10 octobre 2017 (voir « [Le paramétrage du scénario de référence](#) », Complément A1 au *Guide de l'évaluation socioéconomique des investissements publics*).

La variance notée k_2 de la variable aléatoire z_t est basée sur la série historique du PIB réel par tête en ppa établie par Cette *et alii* (Banque de France).

Tableau 2 – Variances selon les périodes historiques

Période	Variance
1820-2016	0,374 %
1900-2016	0,445 %
1913-2016	0,475 %
1939-2016	0,391 %
1947-2016	0,052 %
1973-2016	0,023 %

Source : G. Cette, calcul Joël Maurice et Jincheng Ni

3.2. Les valeurs des paramètres et le résultat

Les valeurs des sept paramètres utilisées dans le calibrage du taux d'actualisation sont les suivantes :

- le taux de croissance du PIB/habitant est de 1,1524 %, correspondant au scénario moyen bas du COR 2020 ;

- le taux de préférence pour le présent est de 0,435, décision prise après le vote des membres du comité ;
- la variance du PIB/habitant est de 0,475, correspondant à la valeur historique de la période de 1913-2016 pour la France. En effet, le scénario moyen bas à l'horizon 2070 du COR 2020 présente une variance de 0,038 %. Cette variance étant extrêmement faible, ce qui est lié selon la DG Trésor à la période d'estimation du modèle macroéconomique utilisé, le comité d'experts propose de lui substituer la variance maximale de la série historique française (G. Cette) sur la période de 1913 à 2016 qui a connu les désastres majeurs de l'histoire moderne (guerre de 14-18, grande dépression, guerre de 1939-1945, crise pétrolière, crise financière, etc.) ;
- l'aversion au risque γ est de 2,478. Cette valeur est supérieure à 2, qui était celle des rapports Gollier (2011) et É. Quinet (2013). Compte tenu de la pandémie du Covid qui augmente l'incertitude sur le futur, et pour garder le niveau de la prime de risque de 2 %, il faut augmenter l'aversion au risque γ jusqu'à 2,478 ;
- la probabilité d'occurrence annuelle d'un désastre rare est de 0,0383, soit tous les 26 ans, correspondant à l'hypothèse « loi de Pareto unique » dans Barro (2011) ;
- le seuil des désastres rares est fixé à une chute de 10% du PIB réel par tête, correspondant à l'hypothèse « loi de Pareto unique » dans Barro (2011) ;
- l'élasticité (positive) de la loi de Pareto est de 6,86, correspondant à l'hypothèse « loi de Pareto unique » dans Barro (2011).

Avec ces valeurs des paramètres, le résultat²⁶ est le suivant :

Tableau 3 – Taux d'actualisation en fonction de β

Résultats en fonction de β		
β	ρ	ν
-1,0	-1,132	-0,889
-0,5	0,246	-0,514
0,0	1,318	0,000
0,5	2,182	0,633
1,0	2,900	1,371
1,5	3,513	2,202
2,0	4,047	3,118

Source : calcul de Joël Maurice

²⁶ Voir Maurice J. (2021), « Note justificative du 26 août 2021 ».

En reprenant la formulation habituelle et en recherchant les coefficients qui donnent la meilleure approximation de la VAN SE, on aboutit aux expressions suivantes²⁷ :

- le taux d'actualisation sous la forme simplifiée :

$$\rho(\beta) = rf + \beta \cdot \phi = 1,2 \% + \beta \cdot 2 \%$$

- le taux d'évolution de l'espérance de l'avantage annuel net sous la forme simplifiée :

$$v(\beta) = \beta \cdot 1,15 \% + \frac{\beta^2}{2} \cdot 0,9 \%$$

²⁷ Le processus de calculs est précisé dans Maurice J. (2021), *op. cit.*

Annexe 2

Avis et recommandations du comité d'experts du 24 juin 2021

France Stratégie, Secrétariat général pour l'investissement

Comité d'experts des méthodes d'évaluation socioéconomique des investissements publics

Le Président,
Roger Guesnerie

Paris, le 1^{er} juillet 2021

La révision du taux d'actualisation

Avis et recommandations du Comité d'experts sur le calcul socioéconomique des investissements publics

À partir de la demande formulée par la lettre de mission adressée par le Commissaire de France Stratégie et le Secrétaire général pour l'investissement en date du 21 février 2019, le Comité a mené une réflexion pour actualiser les préconisations du rapport Quinet sur le risque et les taux d'actualisation.

Le rapport d'Émile Quinet (septembre 2013) préconisait pour le taux d'actualisation des investissements publics les valeurs suivantes :

$$\rho = 2,5 \% + \beta \cdot 2 \% \text{ jusqu'en 2070}$$
$$\text{et } \rho = 1,5 \% + \beta \cdot 3 \% \text{ au-delà}$$

où β est l'élasticité des avantages annuels du projet par rapport au PIB par tête.

La question a donné lieu à de nombreux travaux et débats et se traduit par un avis délibéré le 24 juin 2021, dans lequel le comité formule les recommandations suivantes :

- **Retenir un taux d'actualisation égal à $\rho = 1,2 \% + \beta \cdot 2 \%$**
- Pour calculer l'espérance mathématique du bénéfice d'un projet, le coefficient à appliquer est $v = \beta \cdot 1,15 \% + \frac{\beta^2}{2} \cdot 0,9 \%$.
- Si β est inconnu, il est proposé de procéder comme si β était égal à 1, le taux ρ à utiliser est alors de 3,2 %, le taux v est 1,6 %. On a $\rho - v = 1,6 \%$.
- Des compléments restent à produire sur l'explicitation et l'utilisation des formules et la réflexion sur le taux d'actualisation après 2070 doit être poursuivie.

Le Comité suggère que ces recommandations fassent l'objet d'instructions à destination des maîtres d'ouvrage publics, complétant le « Guide de l'évaluation socioéconomique des investissements publics ».



Roger GUESNERIE

Annexe 3

Réponse du commissaire général de France Stratégie



*Liberté
Égalité
Fraternité*

Le Commissaire général



Paris, le 30 septembre 2021

Objet : Guide de l'évaluation socioéconomique des investissements publics, la révision du taux d'actualisation

Monsieur le Président, cher Roger Guesnerie,

J'ai bien reçu votre rapport d'étape, avec l'avis et les recommandations du Comité d'experts sur la révision du taux d'actualisation. Je vous en remercie. C'est l'aboutissement d'un travail très important, mené de début 2019 à mi-2021, et conduit dans une période de grandes incertitudes.

L'évaluation socioéconomique est un des principaux outils dont dispose l'Etat pour apprécier la pertinence d'un projet d'investissement public pour la collectivité. Le taux d'actualisation joue un rôle central dans cette évaluation. Conduire des évaluations socioéconomiques de projets publics avec un taux d'actualisation erroné peut entraîner une allocation inefficace des ressources publiques. L'enjeu de la révision du taux d'actualisation public fixé en 2013 est d'autant plus crucial que deux facteurs d'incertitude ont, depuis lors, pris une dimension accrue : ceux relatifs au climat, ceux relatifs à la santé.

Après plusieurs années de réflexions et de nombreux débats au sein de votre comité, vous avez abouti à l'avis et aux recommandations adoptés lors de la séance du 24 juin 2021. Je vous en félicite et remercie également tous ceux qui ont contribué avec vous à cette entreprise.

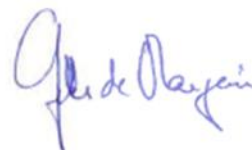
Votre comité a révisé le taux d'actualisation public retenu en 2013 à la baisse, en retenant un taux sans risque plus faible, et le maintien d'un niveau assez élevé de prime de risque. Vous faites valoir que cette révision du taux sans risque à la baisse est cohérente avec des taux d'intérêts réels qui ont beaucoup baissé et avec le potentiel de croissance de l'économie française de long terme (cf. hypothèses du COR). Le maintien d'une prime de risque assez élevée intègre des chocs macroéconomiques probables reflétant des enjeux climatiques et/ou sanitaires (comme l'illustre la crise COVID actuelle) de long terme et permet de différencier la sensibilité des projets aux chocs économiques.

.../...

Monsieur Roger Guesnerie
Président d'honneur de PSE-Ecole d'économie de Paris
48 boulevard Jourdan
75014 Paris

Je vous recommande d'élaborer rapidement un complément opérationnel au Guide de l'évaluation socioéconomique des investissements publics pour que ce nouveau taux d'actualisation public puisse être appliqué par les porteurs de projets sectoriels. Votre groupe de travail sur l'estimation des bêtas sectoriels doit également continuer ses travaux afin de fournir le plus rapidement possible des valeurs sectorielles de bêtas robustes et partagées en vue de la différenciation du taux d'actualisation suivant les secteurs.

Je vous prie de croire, Monsieur le Président, à l'assurance de ma considération distinguée.



Gilles de Margerie

Références bibliographiques

Commissariat général du plan (2005), *Le prix du temps et la décision publique. Révision du taux d'actualisation public*, rapport du groupe d'experts présidé par Daniel Lebègue, Paris, La Documentation française.

Barro R. J. (2006), « *Rare disasters and asset markets in the twentieth century* », *Quarterly Journal of Economics*, vol. 121, p. 823-866.

Barro R.J. (2009), « *Rare disasters, asset prices, and welfare costs* », *American Economic Review*, vol. 99, p. 243-264.

Barro R. J. et Jin T. (2011), *On the Size Distribution of Macroeconomic Disasters*, Harvard University.

Commissariat général à la stratégie et à la prospective (2013), *L'évaluation socioéconomique des investissements publics*, rapport de la mission présidée par Émile Quinet, septembre.

Martin I. (2010), Consumption-based asset pricing with higher cumulants.

Centre d'analyse stratégique (2011), *Le Calcul du risque dans les investissements publics*, rapport de la mission présidée par Christian Gollier, Paris, La Documentation française.

Gollier C. (2016), « *Evaluation of long-dated assets: the role of parameter uncertainty* », *Journal of Monetary Economics*, vol. 84, p. 66-83.

France Stratégie / Direction générale du Trésor (2017), *Guide de l'évaluation socioéconomique des investissements publics*, décembre, rédigé par Carole Gostner et Jincheng Ni, décembre.

Guesnerie R. et Gollier C. (2017), « Discussion sur l'actualisation : un arrière-plan simplifié ».

Grimaud V. (2018), rapport de stage.

Marhraoui A. (2019), rapport de stage.

Maurice J. (2021), « Note technique justificative du 26 août 2021 ».