



PREMIER MINISTRE

Commissariat général
à la stratégie
et à la prospective

Département
Développement durable

RAPPORTS
& DOCUMENTS

Juillet 2013

Le système d'actualisation :
quels fondements ?
comment le construire ?

Contribution
Emmanuel Massé
Nicolas Riedinger

Tome 2

Rapport

« *L'évaluation socio-économique en période de transition* »

Groupe de travail
présidé par Émile Quinet

Sommaire

- 1 **S'écarter des références de marché, lorsque ce dernier existe et fonctionne convenablement, est susceptible de conduire à des choix d'investissement sous-optimaux du point de vue de la collectivité5**
- 2 **L'observation des données sur longue période permet d'estimer un taux sans risque jusqu'à une maturité d'environ 30 ans et une prime de risque à 10-15 ans.....6**
- 3 **Hors des maturités et des risques valorisés par le marché, une approche plus normative est *a priori* souhaitable.....7**
- 4 **L'état des connaissances actuelles rend cependant fragile une telle approche normative.....7**

Dans de nombreuses situations, les ménages sont amenés à réaliser des choix entre épargner/investir et consommer. Ils marquent ainsi leurs préférences intertemporelles. L'équilibre de marché, entre les agents qui ont des besoins d'épargne et ceux qui souhaitent épargner, conduit à un prix d'équilibre des fonds prêtables : **le taux d'intérêt**. Plus précisément, cet équilibre s'établit pour l'ensemble des maturités des prêts : c'est la **courbe des taux**. L'existence d'une incertitude sur la capacité de l'emprunteur à rembourser conduit par ailleurs à attribuer une **prime de risque** pour chaque emprunteur, prime de risque qui dépend a priori également de la maturité du prêt.

1 S'écarter des références de marché, lorsque ce dernier existe et fonctionne convenablement, est susceptible de conduire à des choix d'investissement sous-optimaux du point de vue de la collectivité

Les données de marché sont un reflet des choix collectifs et doivent donc constituer un repère pour les pouvoirs publics dans l'évaluation des projets d'investissement public. En l'absence d'imperfections de marché (et sous l'hypothèse traditionnelle que l'investissement est suffisamment petit pour ne pas affecter les prix d'équilibre), ce n'est qu'à la condition de retenir les valeurs de marché que l'équivalence entre positivité de la valeur actualisée nette de l'investissement et supériorité au sens de Kaldor-Hicks¹ de la situation avec l'investissement par rapport à la situation sans, qui constitue le fondement de l'analyse coûts-bénéfices, est bien respectée. En effet, par définition de l'équilibre de marché, les courbes d'indifférence de tous les agents entre consommer aujourd'hui et consommer demain (une quantité certaine ou risquée) sont déterminées par le taux sans risque et la prime de risque d'équilibre. Le bilan agrégé de tout investissement public, somme des bilans de tous les agents de la collectivité, doit donc aussi s'appuyer sur ces valeurs de marché, faute de quoi l'optimalité du choix ne serait pas garantie.

Le choix de s'écarter de ces références ne peut donc se faire que suite au constat d'une insuffisance ou d'un dysfonctionnement des mécanismes d'agrégation des préférences par le marché, ou par choix éthique sur le très long terme. A ce titre, on peut retenir deux incomplétudes de marché :

- l'absence de valorisation dans les décisions des aménités, notamment environnementales ;
- l'inexistence du marché pour certaines échéances (financement de long terme) et pour des projets trop risqués (notamment en raison de l'existence d'asymétries d'information ; cf. e.g. Arkelof (1970), Spence (1973), Rotschild et Stiglitz (1976)).

Au-delà de ces défaillances de marché proprement dites, l'absence de représentation des générations futures aujourd'hui peut conduire à fonder le système d'actualisation à très long terme en partie sur des considérations éthiques.

(1) L'état de l'économie A domine l'état B au sens de Kaldor-Hicks s'il est possible, par des transferts forfaitaires, de passer de l'état A à un état C dominant l'état B au sens de Pareto (i.e. tels que tous les agents préfèrent l'état C à l'état B).

2 L'observation des données sur longue période permet d'estimer un taux sans risque jusqu'à une maturité d'environ 30 ans et une prime de risque à 10-15 ans

Un grand nombre de données de marché sont disponibles sur les courbes des taux. Leur observation permet d'inférer des informations sur la façon dont la collectivité valorise le futur et prend en compte le risque. Les obligations d'État, qui sont généralement considérées comme les actifs les moins risqués et font référence pour le calcul du taux sans risque, sont émises pour des maturités allant jusqu'à 50 ans. Néanmoins, au regard du nombre des émissions à ces maturités, on peut limiter l'espace de marché à 30 ans pour le taux sans risque. La maturité des actifs risqués est plus courte comme l'illustre la difficulté pour certains acteurs privés à émettre des obligations à moyen/long terme sur les marchés en l'absence de collatéral. Une référence de l'ordre de 10 ou 15 ans semble à ce titre raisonnable¹.

Il convient de noter, sans qu'il s'agisse nécessairement d'un dysfonctionnement de marché, que ces données de marché peuvent présenter une variabilité importante au cours du cycle économique, en raison de l'intervention des pouvoirs publics (baisse des taux par la banque centrale pour soutenir la croissance) ou de formation de bulles (Nouvelles technologies au début des années 2000 par exemple). Les données doivent donc autant que possible être observées sur des périodes longues.

Moyennant certaines précautions, les données de marché permettent d'estimer le taux sans risque et la prime de risque actions, dont on peut ensuite dériver la prime de risque macroéconomique (dépendant de la variabilité de la consommation par tête) à utiliser pour l'évaluation des projets publics. L'analyse empirique réalisée par Stéphane Gallon et Philippe Humbert conclut à une prime de risque ex ante moyenne de 4,5 % pour les actions françaises, ce qui semble corroborer, compte tenu de la covariance observée entre les actions et la consommation par habitant², la recommandation du rapport Gollier d'une prime de risque macroéconomique proche de 3 %. Le taux sans risque s'établirait également autour de 3 % en moyenne sur longue période.

Ces résultats doivent a priori s'appliquer pour l'ensemble des flux appartenant à l'espace de marché. Notons qu'ils supposent de prendre correctement en compte les externalités dans l'évaluation du projet. Celles-ci peuvent se refléter directement dans les prix des biens si des instruments de régulation adéquats (taxe ou marché de permis) ont été mis en place. À défaut, il convient d'utiliser une valeur tutélaire évoluant suivant une dynamique correctement déterminée.

(1) Le fait que certaines entreprises se financent à des échéances plus courtes ne signifie pas nécessairement qu'elles ne peuvent pas le faire à 10 ou 15. Elles peuvent en effet préférer se refinancer en cours de projet et porter les risques de taux et de liquidité.

(2) Kocherlakota (1996) estime le bêta des actions à 1,72 sur données américaines. En extrapolant cette valeur à la France (hypothèse dont la validité resterait cependant à vérifier), une prime de risque « actions » de 4,5 % impliquerait une prime de risque « consommation par tête » de 2,6 %.

3 Hors des maturités et des risques valorisés par le marché, une approche plus normative est *a priori* souhaitable

Le constat d'une incomplétude des marchés doit conduire à adopter une approche plus normative pour la détermination du taux d'actualisation collectif en dehors de l'espace de marché, c'est-à-dire pour des maturités et des risques non valorisés par le marché.

Une telle approche comporte schématiquement trois étapes : la construction d'une modélisation cohérente des préférences collectives ; la calibration des paramètres, qui doit être compatible avec les données observables dans l'espace de marché ; et enfin, l'extrapolation en dehors de l'espace de marché.

La première étape de modélisation pose des questions délicates, notamment celle de l'existence d'un agent représentatif et de la représentation de ses préférences (cf. annexe 1). Le cadre théorique le plus abouti est celui de l'équilibre général, qui permet l'agrégation des préférences individuelles et relie des paramètres d'actualisation collective à des grandeurs macroéconomiques (consommation, aversion au risque). Ces équations s'appliquent a priori à l'ensemble des projets d'une société. À ce titre, quelle que soit la spécification du modèle retenue, les paramètres du modèle, l'aversion au risque collective notamment, doivent être calés sur les observations macroéconomiques. Une question délicate est de savoir dans quelle mesure ils doivent en outre être contraints par des considérations éthiques concernant le bien-être des générations futures.

4 L'état des connaissances actuelles rend cependant fragile une telle approche normative.

La modélisation des préférences collectives en matière d'actualisation et de risque reste un champ de recherche très actif, dont la synthèse n'a pas encore été faite. Il est bien établi dans la littérature que les spécifications les plus simples échouent à rendre compte simultanément du taux sans risque et de la prime de risque observés sur le marché : il s'agit du paradoxe de la prime de risque. Un grand nombre de travaux ont été menés pour tenter de résoudre ce paradoxe. Le rapport Gollier privilégie le modèle de Barro, dont la principale innovation est d'introduire la possibilité de chocs catastrophiques permanents sur le PIB (cf. annexe 2). Il convient cependant de noter qu'il ne s'agit que d'une hypothèse parmi d'autres pour expliquer le paradoxe de la prime de risque. D'autres explications possibles sont fournies par exemple par des modèles de formation d'habitudes (Constantinides, 1990 ; Campbell et Cochrane, 1995), d'interdépendance des préférences individuelles (Abel, 1990) ou d'aversion à l'ambiguïté (Weitzman, 2007 ; Barillas et al. 2009).

Tous ces modèles reposent sur un grand nombre de paramètres, portant en particulier sur les préférences des agents et sur la distribution de la croissance macroéconomique. Leur calibration est donc délicate, d'autant que la littérature empirique délivre des fourchettes très larges de valeurs pour les paramètres clés de la fonction d'utilité de l'agent représentatif : taux de préférence pure pour le présent, aversion relative pour le risque et élasticité de substitution intertemporelle (cf. annexe 3). Il est important de rappeler qu'en toute rigueur, la calibration de ces paramètres

- Le système d'actualisation -

doit reposer sur des estimations sur données agrégées et non individuelles, à moins que le modèle explicite la procédure d'agrégation des préférences individuelles, ce qui n'est pas le cas en général. À cette incertitude sur les paramètres structurels s'ajoute celle sur la dynamique macroéconomique. Cette dernière est particulièrement délicate dans le modèle de Barro, dont le cœur repose sur l'existence d'événements extrêmes, par nature très difficiles à probabiliser.

Des simulations ont été réalisées à partir du modèle de Barro avec des valeurs plausibles des paramètres au regard de la littérature empirique (cf. annexe 4). Elles conduisent à conclure, d'une part, qu'un même couple de taux sans risque et de prime de risque peuvent être calés par des jeux très différents de paramètres et, d'autre part, qu'une très faible variation de ces derniers peut avoir un impact très fort sur le taux sans risque et la prime de risque, suggérant qu'il est possible de justifier à peu près n'importe quel couple de valeurs.

La multiplicité des modèles existants et leur faible pouvoir discriminant invitent donc au total à une très grande prudence dans leur utilisation.

Annexe 1 : représentation et agrégation des préférences

1 - La représentation des préférences individuelles

Les économistes ont fréquemment recours aux fonctions d'utilité pour représenter les préférences des ménages. Ces fonctions dépendent a priori de la consommation à chaque date de l'ensemble des biens et services disponibles, mais également des périodes de loisir. Ainsi, en toute généralité, les choix financiers dépendent également des choix des biens consommés.

Un premier résultat montre que dans une économie d'échange, si les préférences des agents sont séparables et homothétiques¹, les choix financiers intertemporels peuvent être dissociés des choix de consommation à chaque date². Les acteurs commencent par déterminer leur revenu à toute date (à partir de leur taux d'épargne) et ne choisissent la composition de leur portefeuille de consommation, qu'à la date de consommation, une fois que les prix des biens sont connus. La demande agrégée de chaque bien à chaque date ne dépend alors que des revenus des agents dans cet état du monde (et non de leur revenus dans les autres états du monde) et est indépendant de la distribution des revenus entre les agents.

Sous ces hypothèses, la détermination du taux d'actualisation collectif ne dépendra que du revenu total de l'ensemble des agents à chaque date et dans chaque état du monde.

Les axiomes de Von Neumann-Morgenstern constituent des contraintes supplémentaires sur la façon dont les agents effectuent leurs choix en situation d'incertitude. Ces axiomes supposent une forme de cohérence dans les choix de chaque agent, cette rationalité permet d'introduire davantage de structure dans la représentation des préférences. Les fonctions d'utilité peuvent être choisies avec une forme particulière dans le cas d'un modèle à deux dates :

$$u(c^0, c^1, \dots, c^S) = v(c^0) + \delta \sum_{s=1}^S \rho_s v(c^s)$$

Les c_s sont les consommations aux dates 0 et 1, δ est le taux de préférence pour le présent. Les ρ_s sont les probabilités partagées par les agents de réalisation des états du monde à la date 1. v est la fonction d'utilité de Bernoulli qui permet de représenter le comportement de l'agent par rapport au risque.

2 - L'agrégation des préférences

L'objet d'un taux d'actualisation collectif est de **refléter les préférences moyennes** des agents qui composent la société. Il n'est a priori pas clair que de telles grandeurs moyennes existent. De fait, l'existence de comportements moyens revient à supposer que l'économie peut être représentée par un unique agent. Plus précisément que le processus d'agrégation des préférences conduit à une économie se comportant de

(1) Voir par exemple M. Magill et M. Quinzii « Theory of Incomplete Markets », Vol 1, 1995.

(2) Il s'agit également d'une condition nécessaire.

façon identique à une économie dotée des mêmes richesses mais avec un seul agent : on parle d'agent représentatif.

On appelle fonction de choix social, une fonction d'utilité dépendant des ressources dans chacun des états du monde et qui maximise une somme pondérée des fonctions d'utilité des agents. Le choix d'une telle fonction est a priori arbitraire, plus précisément on peut montrer qu'à chaque allocation Pareto-optimale est associée un jeu de pondération des agents. Ainsi la condition d'efficacité liée au caractère Pareto-optimal de l'allocation ne contraint pas la procédure d'agrégation des préférences mais assure son existence. **Il y a équivalence entre existence d'un agent représentatif (ou d'une fonction de choix social) et Pareto-optimalité de l'allocation des ressources.**

La situation où l'ensemble des agents maximisent leurs préférences permet l'agrégation spontanée des préférences. Le théorème d'Arrow-Debreu établit que, sous certaines hypothèses (notamment non-satiété des agents), il existe au moins un équilibre de marché, c'est-à-dire **un ensemble de prix collectifs** qui permet à chaque agent de maximiser son utilité sous contrainte de revenu. Cet équilibre n'est a priori pas unique et ne permet donc pas de définir un taux d'actualisation collectif. Comme précédemment, l'existence d'un agent représentatif nécessite que l'allocation soit Pareto-optimale. Cette propriété peut être acquise pour un marché complet ou en contraignant la forme de la fonction d'utilité des agents : fonctions d'utilité HARA¹ avec même coefficient de tolérance absolue au risque dans le cas d'un marché incomplet.

(1) *Hyperbolic absolute risk aversion*. Cette classe de fonctions d'utilité englobe notamment les fonctions CRRA.

Annexe 2 : de la formule de Ramsey à celle de Barro

On suppose ici acquise l'existence d'un agent représentatif (cf. annexe 1) et on considère une économie à deux périodes : la période 0, à l'état du monde certain, et la période t, à l'état du monde incertain. Pour un agent représentatif maximisant son espérance d'utilité $E(U(c_0, c_t))$, le taux sans risque et la prime de risque macroéconomique s'écrivent respectivement (cf. e.g. Gollier, 2011) :

$$\alpha_t = -\frac{1}{t} \ln \left(\frac{E(U_t(c_0, c_t))}{U_0(c_0, c_t)} \right) \text{ avec } U_s(c_0, c_t) = \frac{\partial U}{\partial c_s}$$

$$\phi_t = -\frac{1}{t} \ln \left(\frac{E(c_t \cdot U_t(c_0, c_t))}{E(U_t(c_0, c_t)) \cdot E(c_t)} \right)$$

Si l'on suppose la fonction d'utilité séparable dans le temps du type $U(c_0, c_t) = u(c_0) + e^{-\delta t} u(c_t)$, où δ est par définition le taux de préférence pur pour le présent, alors le taux sans risque se réécrit :

$$\alpha_t = \delta - \frac{1}{t} \ln \left(\frac{E(u'(c_t))}{u'(c_0)} \right)$$

Un développement de Taylor au premier ordre de cette expression conduit à la formule de Ramsey, qui exprime le taux sans risque comme la somme du taux de préférence pour le présent et d'un effet richesse :

$$\alpha_t = \delta + \gamma(c) E \left(\frac{c_t - c_0}{tc_0} \right) \text{ où } \gamma(c) = -\frac{cu''(c)}{u'(c)} \text{ est le coefficient d'aversion relative}$$

pour le risque (constant par définition dans le cas d'une fonction CRRA).

Le développement de Taylor au deuxième ordre conduit quant à lui à la formule de Ramsey élargie (non développée ici). Celle-ci fait apparaître un terme supplémentaire, négatif et dépendant de la variance de c_t , qui peut s'interpréter comme un effet de précaution.

Notons cependant que ces développements ne sont valides que pour des consommations assez proches de c_0 et donc que pour des horizons assez proches si l'on suppose une tendance de croissance de la consommation de l'agent représentatif. Une formule exacte peut être dérivée sous les spécifications suivantes spécifiant :

- le revenu de l'agent représentatif est supposé suivre un mouvement brownien géométrique de tendance μ et d'écart-type σ : $c_t = c_0 \exp(\mu t + \sigma B_t)$, où B_t est un mouvement brownien représentant les chocs aléatoires sur la croissance économique ;
- u est une fonction CRRA de paramètre γ : $u(c_t) = c_t^{1-\gamma} / (1-\gamma)$.

- Le système d'actualisation -

Sous ces hypothèses, le taux d'actualisation sans risque et la prime de risque ont les expressions usuelles suivantes, dans lesquelles a disparu toute dépendance en temps :

$$\alpha = \delta + \gamma\mu - \frac{1}{2}\gamma^2\sigma^2$$

$$\phi = \gamma\sigma^2$$

On retrouve dans l'expression du taux sans risque l'idée d'un effet richesse dans le terme $\gamma\mu$, proportionnel à la croissance et d'un effet précaution dans le terme $-\gamma^2\sigma^2/2$, négatif et d'ampleur croissante avec l'incertitude sur la richesse future¹. La prime de risque macroéconomique est, elle, proportionnelle à la variance de la croissance économique et à l'aversion pour le risque. On peut en outre exprimer la prime de risque associée à tout actif comme le produit de la prime de risque macroéconomique par le paramètre communément dénommé β , égal à la covariance entre le rendement de cet actif et le taux de croissance de la consommation de l'agent représentatif rapportée à la variance de ce taux de croissance, sous l'hypothèse que ces deux variables forment un vecteur gaussien ou d'une fonction d'utilité de l'agent représentatif quadratique.

L'impossibilité de caler le paramètre de sorte à refléter les valeurs observées sur le marché, compte tenu de la covariance observée entre l'évolution de la consommation par tête et le rendement des actions, est bien établie dans la littérature : il s'agit du paradoxe de la prime de risque (cf. e.g. Kocherlakota, 1996). La spécification choisie apparaît donc trop restrictive.

Parmi les modèles plus flexibles proposés dans la littérature afin de lever ce paradoxe, le rapport Gollier semble privilégier le modèle de Barro (2006, 2009), qui enrichit sur deux plans le cadre précédent :

- il relâche l'hypothèse d'égalité entre l'inverse du coefficient d'aversion relative au risque et l'élasticité de substitution intertemporelle (notée η ci-après), qui découle de la séparabilité dans le temps de la fonction d'utilité. Il adopte pour cela la modélisation d'utilité récursive suivante pour l'agent représentatif², introduite par Epstein et Zin (1989) :

$$U_t = \left(\left[\frac{C_t^{(1-\gamma)}}{1-\gamma} \right]^\xi + e^{-\delta} [E_t(U_{t+1})]^\xi \right)^{1/\xi} \text{ avec } \xi = (1-1/\eta)/(1-\gamma)$$

- il introduit la possibilité de chocs catastrophiques permanents sur le PIB par tête : chaque année, avec une probabilité ρ , le PIB par tête peut être amputé d'une proportion b .

(1) À noter cependant que cette décomposition en effets richesse et précaution à partir d'une formule exacte n'est pas exactement la même que celle, évoquée *supra* et plus traditionnelle dans la littérature académique, issue du développement de Taylor au deuxième ordre.

(2) Cette fonction d'utilité de l'agent représentatif ne résulte cependant à notre connaissance de l'agrégation de préférences individuelles explicites. Cela implique qu'il n'est pas garanti qu'utiliser cette forme fonctionnelle avec des paramètres estimés au niveau individuel soit cohérent ou légitime sur le plan théorique.

Ce modèle conduit aux formules suivantes pour le taux sans risque et la prime de risque respectivement :

$$\alpha = \delta + \frac{\mu + \frac{\sigma^2(1-\gamma)}{2} - pb}{\eta} + \left(\gamma - \frac{1}{\eta} \right) \frac{p}{\gamma-1} \left[(1-b)^{-\gamma} - 1 - (\gamma-1)b \right] - \frac{\gamma\sigma^2}{2} - p \left[(1-b)^{-\gamma} - 1 - \gamma b \right]$$

$$\phi = \gamma\sigma^2 + pb \left[(1-b)^{-\gamma} - 1 \right]$$

Annexe 3 : comment fixer les paramètres de la formule de Barro ?

Les formules issues du modèle de Barro dépendent de sept paramètres, trois liés aux préférences de l'agent représentatif (δ, γ, η) et quatre liés à la distribution du PIB par tête (μ, σ, p, b). On revient ici sur chacun d'entre eux successivement.

1 - Taux de préférence pure pour le présent (δ)

Gollier (2011) constate l'absence de consensus sur la valeur de ce paramètre : la méta-analyse de Frederick, Loewenstein et O'Donoghue (2002) montre qu'elle varie énormément entre les études et entre individus au sein des différentes études. Warner et Pleeter (2001) obtiennent par exemple des taux variant entre 0 et 70 % suivant les individus. Par ailleurs, quand bien même cette distribution de taux individuels serait connue, se pose la question de l'agrégation des préférences individuelles : rien ne garantit que le taux de préférence pure pour le présent de l'agent représentatif soit la moyenne de celui de l'ensemble de la population.

Gollier (2011) recommande en conséquence de cette grande variabilité une approche normative plutôt que positive et plaide pour un taux nul sur la base de considérations éthiques, suivant en cela d'autres auteurs, dont Ramsey (1928) et Arrow (1999), qui estiment moralement indéfendable d'accorder moins d'importance au bien-être des générations futures qu'à celui des générations présentes. Cette position n'est cependant pas unanimement partagée, certains considérant que le calcul socio-économique doit refléter le fait que les générations présentes accordent une valeur plus importante à leur propre bien-être qu'à celui des générations futures (Spackman, 2011).

On n'entre pas ici davantage dans le débat et on se contentera dans l'exercice de calibration (*cf. infra*) de considérer alternativement les valeurs 0 % et 1 % comme dans le rapport Lebègue.

2 - Coefficient d'aversion relative pour le risque (γ)

Diverses approches ont été explorées dans la littérature pour estimer le paramètre, reposant sur des préférences déclarées ou des préférences révélées et, dans le second cas, sur des estimations macro- ou micro-économétriques. Elles aboutissent à des résultats très divers (*cf. tableau 1*).

Tableau 1 : estimations de l'aversion relative pour le risque

Article	Aversion relative pour le risque	Préférences déclarées/révélées	Observations
Barsky et al. (1997), <i>QJE</i>	4,2	Déclarées	Moyenne harmonique, inférée à partir de 4 classes de risque.
Arrondel et Calvo-Pardo (2008), <i>Eco & Stat</i>	> 1 pour 95 % de la population et > 2 pour 85 % (contre resp. 87 % et 76 % dans Barsky et al.)	Déclarées	Réplication des loteries Barsky sur un échantillon de ménages français
Holt et Laury (2002), <i>AER</i>	Croissante avec les montants en jeu et plus importante si loterie réelle que si fictive	Déclarées ou révélées (loteries fictives ou réelles)	
Epstein et Zin (1991), <i>Econometrica</i>	Entre 1,25 et 5	Révélées	Données mensuelles US 1959-1986 (actifs considérés : actions et obligations)
Campbell (1996), <i>JPE</i>	Entre 5 et 21	Révélées	Données mensuelles US 1952-1990 et annuelles 1871-1990 (actifs : actions, obligations et K humain)
Vissing-Jorgensen et Attanasio (2003), <i>AER</i>	Entre 6 et 12	Révélées	Données mensuelles US 1952-1996 et annuelles 1871-1990 (actifs : actions, obligations et K humain)
Sydnor (2010), <i>Am. Ec. J. : Applied Ec.</i>	> 1 614 pour 47 % de la population	Révélées	Choix de couple (franchise, prime) pour les assurances habitation de ménages US

Le rapport Gollier privilégie la valeur de 2, qu'il justifie par les résultats de Barsky et al. (1997), qui classent les individus en quatre classes d'aversion pour le risque suivant leurs réponses à des questions du type : « seriez-vous prêt à accepter un contrat qui, avec une probabilité de 50 %, doublera votre revenu ou le diminuera de 33 % ? ». Avec une fonction d'utilité de forme HARA (et donc pas Epstein-Zin) et moyennant une hypothèse sur la forme de la distribution des aversions pour le risque individuelles, ils en déduisent une aversion pour le risque agrégée¹ estimée à 4,2 (cf. tableau 1²). Deux raisons conduisent cependant à penser que ce chiffre sous-estime celui qui nous intéresse. En premier lieu, les Français apparaissent plus averses au risque que les Américains, sur lesquels porte l'interrogation de Barsky et

(1) Ils montrent que l'aversion relative pour le risque de l'agent représentatif correspond à la moyenne harmonique des aversions relatives individuelles.

(2) Il est avancé dans le rapport Gollier que ce chiffre devrait être corrigé à la baisse car portant sur un risque de flux (le revenu) et non de stock (la richesse). L'argument n'emporte cependant pas la conviction, la prime de risque porte sur un actif rapportant une fraction du PIB, qui est un flux, pas un stock.

al. Ce résultat est mis en évidence par Arrondel et Calvo-Pardo (2008), à partir de l'exploitation de l'enquête « Patrimoine » de 2004 de l'Insee, qui comprend à l'identique les questions posées par Barsky et al. Seuls 15 % des Français auraient ainsi une aversion relative pour le risque inférieure à 2 contre 24 % des Américains¹. En outre, en comparant avec les résultats de l'enquête « Patrimoine » de 1998, qui comprenait déjà ces questions, Arrondel et Calvo-Pardo mettent en évidence un accroissement de l'aversion pour le risque des Français. En second lieu, ce type d'expérience est généralement sujet au « biais hypothétique » (les gens ne déclarent pas ce qu'ils feraient vraiment). Holt et Laury (2002), en proposant des loteries soit réelles soit fictives, mettent ainsi en évidence que l'aversion pour le risque apparaît plus grande lorsqu'elles sont réelles, ce qui suggère que les études reposant sur des préférences déclarées sous-estiment généralement γ .

Une autre branche de la littérature a cherché à estimer γ économétriquement sur séries temporelles à partir des portefeuilles d'actifs détenus par les ménages. Dans le cadre de leur modèle déconnectant l'aversion pour le risque de la substituabilité intertemporelle (cf. supra), Epstein et Zin (1991) estiment γ entre 1,25 et 5. Campbell (1996), qui introduit dans l'analyse le capital humain, dont il approche le rendement par les salaires, trouve des valeurs plus élevées, de 5 à 21 (suivant qu'il travaille sur données annuelles ou mensuelles). Avec des données proches, et dans le cadre du modèle théorique de Epstein-Zin, Vissing-Jorgensen et Attanasio (2003) aboutissent à une fourchette entre 6 et 12.

Les estimations micro-économétriques de γ sont plus rares. On peut néanmoins citer Sydnor (2010), qui fonde son estimation sur l'analyse des assurances habitation souscrites par des ménages américains ayant le choix entre des contrats se distinguant par les montants (inversement corrélés) de franchise et de prime. Il montre que l'aversion relative révélée par les choix en la matière de près de la moitié de la population serait supérieure à 1 614. S'il est toujours possible d'avancer des hypothèses pour expliquer ce résultat *a priori* surprenant (mauvaise appréciation des risques par les ménages par exemple), il invite toutefois à une certaine prudence concernant la valeur de ce paramètre.

3 - Élasticité de substitution intertemporelle (η)

Il ne se dégage pas davantage de consensus dans la littérature concernant la valeur de l'élasticité de substitution intertemporelle (cf. tableau 2).

La majorité des études sur le sujet reposent sur l'estimation en séries temporelles de la relation entre la croissance de la consommation et le taux d'intérêt sans risque. L'une des plus citées est celle de Hall (1988), qui conclut, à partir de diverses données, que l'élasticité de substitution intertemporelle est faible (inférieure à 0,2 et possiblement nulle). Ce résultat semble confirmé par Campbell (2003) et Yogo (2004), qui estiment ce paramètre pour plusieurs pays avec les mêmes données mais des

(1) Cette comparaison est en fait biaisée par le fait que, pour la France, la proportion est calculée sur un échantillon représentatif d'adultes majeurs alors que, pour les États-Unis, l'échantillon ne porte que sur ceux âgés d'au moins 50 ans. Sur un champ identique, l'écart entre Français et Américains serait encore plus élevé que celui donné ici, Arrondel et Calvo-Pardo montrant que l'aversion pour le risque croît avec l'âge.

méthodologies un peu différentes. Pour la France, ils aboutissent tous deux à une élasticité non significativement différente de zéro et dont la borne supérieure de l'intervalle de confiance à 95 % ne dépasse pas 0,2 ou 0,3.

Quelques autres travaux, portant essentiellement sur les États-Unis ou le Royaume-Uni, aboutissent cependant à des valeurs un peu plus élevées. Dans leur cadre théorique déconnectant l'aversion pour le risque de la substituabilité intertemporelle (*cf. supra*), Epstein et Zin (1991) estiment η entre 0,19 et 0,75. En distinguant les biens durables des autres biens, Ogaki et Reinhart (1996) aboutissent à une fourchette entre 0,32 et 0,45. Attanasio et Weber (1993) mettent, quant à eux, en évidence l'importance de la manière d'agrèger les données dans les résultats. Ils trouvent une élasticité plus élevée (0,8) lorsqu'ils agrègent les données sur une cohorte donnée que lorsqu'ils exploitent des données macroéconomiques (0,3). En exploitant l'hétérogénéité entre États des États-Unis, Beaudry et van Wincoop (1996) estiment une élasticité proche de l'unité. Enfin, Gruber (2006), qui exploite l'hétérogénéité des taux marginaux d'imposition sur les revenus du capital au niveau individuel, conclut qu'elle serait proche de 2.

On peut également mentionner, comme pour l'aversion relative pour le risque, quelques estimations reposant sur des préférences déclarées. Ainsi, l'étude de Barsky et al. (1997) précédemment citée aboutit à la valeur de 0,18. Utilisant un modèle avec formation d'habitudes, Kapteyn et Teppa (2003) trouvent une valeur plus élevée, de 0,6.

Tableau 2 : estimations de l'élasticité de substitution intertemporelle

	Elasticité de substitution intertemporelle	Préférences déclarées / révélées	Observations
Hall (1988), <i>JPE</i>	Faible (< 0,2) et/ou non significative	Révélées	Diverses estimations sur séries temporelles US
Campbell (2003), <i>Handbook of Fin. Ec.</i>	Non significatif et < 0,2 avec une confiance de 95 % pour la France	Révélées	Données trimestrielles sur 15 pays, dont la France sur 1973-98
Yogo (2004), <i>RES</i>	Non significatif et < 0,3 avec une confiance de 95 % pour la France	Révélées	Données trimestrielles sur 15 pays, dont la France sur 1973-98
Epstein et Zin (1991), <i>Econometrica</i>	Entre 0,19 et 0,75	Révélées	Données mensuelles US 1959-86
Ogaki et Reinhart (1998), <i>JPE</i>	De 0,32 à 0,45	Révélées	Données trimestrielles US 1947-83, distinction entre biens durables et non durables
Attanasio et Weber (1993), <i>RES</i>	0,3 sur données macro 0,8 sur données agrégées par cohorte	Révélées	Données trimestrielles UK 1970-86
Beaudry et van Wincoop (1996), <i>Economica</i>	Proche de 1	Révélées	Données trimestrielles de 19 Etats US 1978-91
Gruber (2006), <i>NBER WP</i>	2	Révélées	Données micro US 1980-2001, identification à

- Le système d'actualisation -

			partir de la fiscalité sur les revenus du capital
Barsky et al. (1997), <i>QJE</i>	0,18	Déclarées	
Kapteyn et Teppa (2003), <i>EJ</i>	0,6	Déclarées	Modèle avec formation d'habitudes

4 - Variance du taux de croissance du PIB par tête (hors catastrophe) σ

On retient un écart-type de 2 %, comme dans Barro (2009), proche de l'écart-type observé sur les cinquante dernières années en France (2,2 %). Les simulations apparaissent en fait relativement peu sensibles à ce paramètre dès lors que des chocs catastrophiques suffisamment importants sont introduits.

5 - Probabilité (p) et ampleur d'une catastrophe (b)

Le caractère d'événements extrêmes des chocs considérés dans le modèle de Barro les rend par nature très difficilement probabilisables. À partir de l'observation de l'évolution du PIB de 35 pays au cours du 20ème siècle, Barro recense 60 baisses de PIB de plus de 15 %, avec une valeur maximale de 64 % et une moyenne de 29 %. Cette distribution serait cependant certainement très sensible à un changement de période ou de pays et rien ne garantit que la distribution future soit identique à celle observée sur le passé. Choisir une distribution de chocs catastrophiques apparaît donc comme un exercice hautement spéculatif et périlleux.

Annexe 4 : quelques calibrations illustratives

La très grande incertitude sur certains paramètres clés de la formule semble rendre possible de justifier à peu près n'importe quel couple (taux sans risque, prime de risque) avec des valeurs « raisonnables » de ces paramètres. Le tableau 3 montre quelques configurations de ces paramètres aboutissant au couple (3 %, 3 %). Dans les cas présentés, le coefficient d'aversion relative au risque γ prend les valeurs 2, 6 ou 20 tandis que δ vaut 0 ou 1 %. Lorsque $\gamma = 6$, une prime de risque de 3 % peut être obtenue en supposant un choc catastrophique de 50 % avec une probabilité de 0,1 % (i.e. se produisant tous les mille ans). Abaisser γ à 2 requiert d'accroître la taille et/ou la fréquence des chocs pour obtenir une prime de risque de 3 %, ce qui peut être fait par exemple avec un choc de 64 % (choc maximal observé par Barro dans son échantillon) avec une probabilité de 0,6 % (soit tous les 167 ans). Avec $\gamma = 20$, un choc de 20 % tous les mille ans suffit. Les valeurs de l'élasticité de substitution intertemporelle compatibles, étant données ces valeurs, avec un taux sans risque de 3 % s'échelonnent entre 0,09 et 0,21, ce qui apparaît plutôt dans la partie basse des estimations existantes dans la littérature. On peut noter, sans que cela n'implique en rien que cette calibration soit plus plausible que d'autres. Le cas $\gamma = 6$ et $\delta = 1$ % correspond à peu près à une fonction d'utilité séparable dans le temps, le produit de γ et η étant proche de l'unité dans cette configuration.

Tableau 3 : quelques configurations des paramètres aboutissant à un taux sans risque et une prime de risque proches de 3

p	0,6 %	0,6 %	0,1 %	0,1 %	0,1 %	0,1 %
b	64 %	64 %	50 %	50 %	20 %	20 %
μ	1,5 %	1,5 %	1,5 %	1,5 %	1,5 %	1,5 %
σ	2 %	2 %	2 %	2 %	2 %	2 %
γ	2	2	6	6	20	20
η	0,09	0,11	0,14	0,17	0,16	0,21
δ	0 %	1 %	0 %	1 %	0 %	1 %
ϕ	2,7 %	2,7 %	3,4 %	3,4 %	2,5 %	2,5 %
α	2,7 %	2,8 %	2,9 %	2,9 %	3,0 %	2,8 %

Source : Auteurs

Les taux sans risque et primes de risque apparaissent en outre très sensibles à certains paramètres de la formule, notamment ceux relatifs aux chocs catastrophiques. Le tableau 4 montre des tests de sensibilités à partir des calibrations précédentes obtenues avec $\delta = 1$ %, soit en supposant l'absence de chocs soit en augmentant l'ampleur de 10 %. En l'absence de choc, on retrouve le paradoxe de la prime de risque : les primes de risque sont faibles, au maximum de 0,8 % dans le cas $\gamma = 20$ et les taux sans risque élevés, de 5,9 % dans le cas $\gamma = 20$ jusqu'à 14,4 % dans le cas $\gamma = 2$. Augmenter toutes choses égales par ailleurs l'ampleur du choc de 20 %, ce qui semble peu au regard de l'incertitude qui l'entoure, aboutit à des résultats tout aussi irréalistes : passer par exemple d'un choc de 50 % à 60 % dans le cas $\gamma = 6$ ferait passer la prime de risque de 3 % à 15 % et le taux sans risque de 3 % à - 15 %.

Tableau 4 : tests de sensibilité à l'ampleur du choc

	$\gamma = 2$, pas de choc	$\gamma=2$, choc + 20 %	$\gamma = 6$, pas de choc	$\gamma = 6$, choc + 20 %	$\gamma=20$, pas de choc	$\gamma=20$, choc + 20 %
ρ	0,0 %	0,6 %	0,0 %	0,1 %	0,0 %	0,1 %
b	-	77 %	-	60 %	-	24 %
μ	1,5 %	1,5 %	1,5 %	1,5 %	1,5 %	1,5 %
σ	2 %	2 %	2 %	2 %	2 %	2 %
γ	2	2	6	6	20	20
η	0,11	0,11	0,17	0,17	0,21	0,21
δ	1 %	1 %	1 %	1 %	1 %	1 %
ϕ	0,1 %	8,2 %	0,2 %	14,8 %	0,8 %	6,6 %
α	14,4 %	- 10,2 %	9,1 %	- 15,0 %	5,9 %	- 3,5 %

Source : Auteurs

Bibliographie

Abel A. (1990), "Asset prices under habit formation and catching up with the Joneses", NBER Working Paper 3279, mars 1990.

Akerlof G. (1970), « The Market for "Lemons" : Quality Uncertainty and the Market Mechanism », *Quarterly Journal of Economics*, vol. 84, n° 3.

Arrondel et Calvo-Pardo (2008), « Les Français sont-ils prudents ? Patrimoine et risque sur le marché du travail », *Economie & Statistique* n°417-418.

Attanasio et Weber (1993), "Consumption Growth, the Interest Rate and Aggregation", *Review of Economic Studies* vol. 60 n°3.

Barillas F., L.P. Hansen et T. Sargent (2009), « Doubts or variability? », *Journal of Economic Theory*, vol. 144, n°6, novembre 2009, pages 2388-2418.

Barro R. (2009), « Rare Disasters, Asset Prices, and Welfare Costs », *American Economic Review*, vol. 99, n°1, mars 2009, pages 243-264.

Barsky R. B., Kimball M. S., Juster F. T. et Shapiro M. D. (1997) , « Preference Parameters and Behavioral Heterogeneity : an Experimental Approach in the Health and Retirement Survey » , *Quarterly Journal of Economics*, vol. 112, n° 2 , pp. 537-580

Beaudry et van Wincoop (1996), "The Intertemporal Elasticity of Substitution: An Exploration using a US Panel of States", *Economica*, New Series, Vol. 63, No. 251

Campbell (1996), "Understanding Risk and Return", *Journal of Political Economy*, Vol. 104, No. 2 (Apr., 1996), pp. 298-345

Campbell (2003), "Consumption-based asset pricing", *Handbook of Financial Economics*, chapter 13.

Campbell J. et J. Cochrane (1995), "By force of habit: A consumption-based explanation of aggregate stock market behavior", NBER Working Paper 4995, juillet 1995.

Constantinides G. (1990), « Habit Formation: A Resolution of the Equity Premium Puzzle », *Journal of Political Economy*, vol. 98, n°3, juin 1990, pages 519-543.

Epstein L. et S. Zin (1989), « Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns : A Theoretical Framework », *Econometrica*, vol. 57, n°4, pages 937-969.

Frederick, S., G. Loewenstein and T. O'Donoghue, (2002), "Time discounting and time preference: A critical review", *Journal of Economic Literature*, 40, 351-401.

Gollier (2011), « Pricing the Future : The economics of discounting and sustainable development », Princeton University Press

Gruber J. (2006), "A Tax-Based Estimate of the Elasticity of Intertemporal Substitution", NBER Working Paper 11945, janvier 2006.

Hall (1988), "Intertemporal Substitution in Consumption », *Journal of Political Economy*, Vol. 96, No. 2 (Apr., 1988), pp. 339-357

Holt, Charles A., and Susan K. Laury. 2002. "Risk Aversion and Incentive Effects." *American Economic Review*, 92(5): 1644-55

Kapteyn Arie & Federica Teppa, 2003. "Hypothetical Intertemporal Consumption Choices," *Economic Journal*, Royal Economic Society, vol. 113(486), pages C140-C152,

Kocherlakota N. (1996), « The Equity Premium: It's Still a Puzzle », *Journal of Economic Literature*, vol. 34, n°1, mars 1996, pages 42-71.

Ogaki Masao et Carmen M. Reinhart (1998), "Measuring Intertemporal Substitution: The Role of Durable Goods" *Journal of Political Economy*, Vol. 106, No. 5 (October 1998), pp. 1078-1098

Rothschild M. et J. Stiglitz (1976), "Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information", *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 90, No. 4.

Spackman M. (2011), "Government discounting controversies: the valuation of social time preference", Centre for Climate Change Economics and Policy Working Paper No. 77

Spence A. (1973), "Job Market Signaling," *The Quarterly Journal of Economics*, MIT Press, vol. 87(3).

Sydnor (2010), "(Over-)insuring modest risks", *American Economic Journal: Applied Economics* 2.

Vissing-Jørgensen Annette et Orazio (2003), « Stock-Market Participation, Intertemporal Substitution, and Risk-Aversion », *The American Economic Review*, Vol. 93, No. 2, pp. 383-391

Warner, J.T., and S. Pleeter, (2001), "The personal discount rate: Evidence from military downsizing programs", *American Economic Review*, 95:4, 547-580.

Weitzman M. (2007), « Subjective Expectations and Asset-Return Puzzles », *American Economic Review*, vol. 97, n°4, septembre 2007, pages 1102-1130.

Yogo (2004), "Estimating the Elasticity of Intertemporal Substitution When Instruments Are Weak", *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 86, No. 3 (Aug., 2004), pp. 797-810